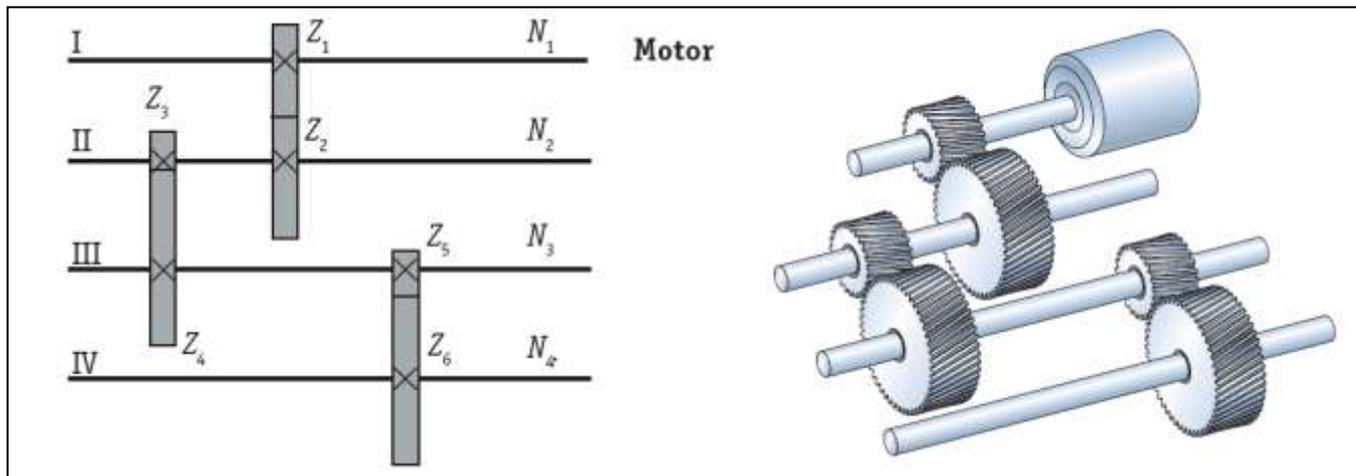


# 12.7. Cadenas cinemáticas



Una **cadena cinemática** es un conjunto de dos o más pares de engranajes, que engranan entre sí, y que tienen por finalidad variar el número de revoluciones del último eje.

## A Representación gráfica



*Cadenas cinemáticas.*

## B Cálculos

- Relación de transmisión entre los ejes I y II:

$$i_{I-II} = \frac{Z_1}{Z_2} = \frac{Z_2}{N_1} \quad ; \quad N_2 = \frac{Z_1}{Z_2} N_1$$

- Relación de transmisión entre los ejes II y III:

$$i_{II-III} = \frac{Z_3}{Z_4} = \frac{N_3}{N_2} \quad ; \quad N_2 = \frac{Z_3}{Z_4} N_2$$

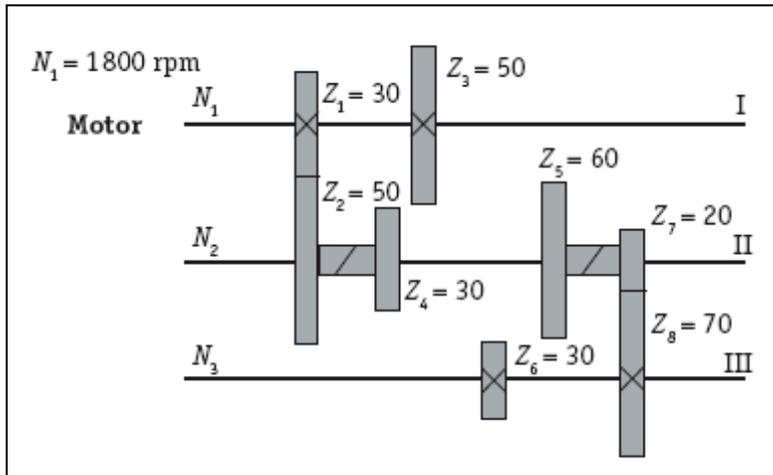
- Relación de transmisión entre los ejes I y III:

$$i_{I-III} = \frac{N_3}{N_1} = \frac{(Z_3 / Z_4) N_2}{N_1} = \frac{(Z_3 / Z_4) (Z_1 / Z_2) N_1}{N_1} = \frac{Z_1 Z_3}{Z_2 Z_4} = i_{I-II} i_{II-III}$$



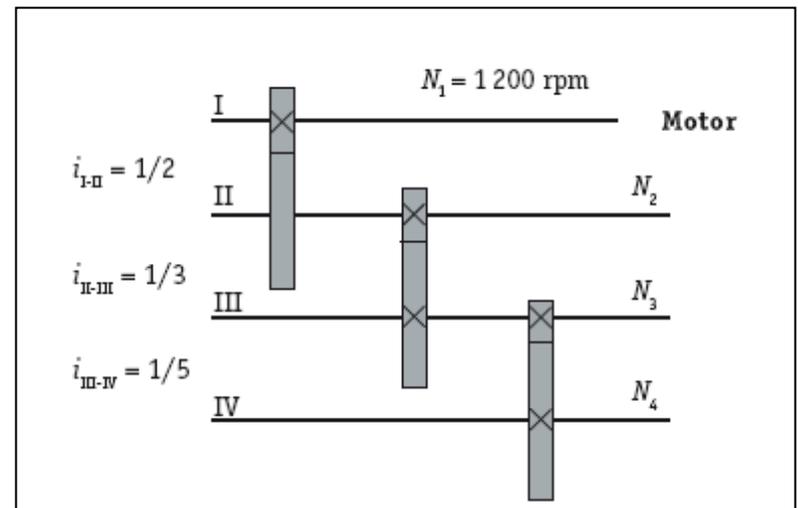
La relación de transmisión entre dos o más árboles o ejes es igual al producto de los dientes de los piñones (ruedas conductoras) dividido por el producto de los dientes de las ruedas (conducidas).

# C Caja de velocidades



Ejemplo 7: caja de velocidades con engranajes desplazables.

Ejemplo 8: caja de velocidades con cuatro árboles de transmisión y tres pares de engranajes fijos.



# 12.8. Relación entre potencia y par

Además del movimiento de giro del motor, también se transmite potencia, energía y *par* (también llamado *momento*) hasta el último árbol.



Se denomina **par** o **momento** ( $M$ ) al producto de una fuerza por una distancia.

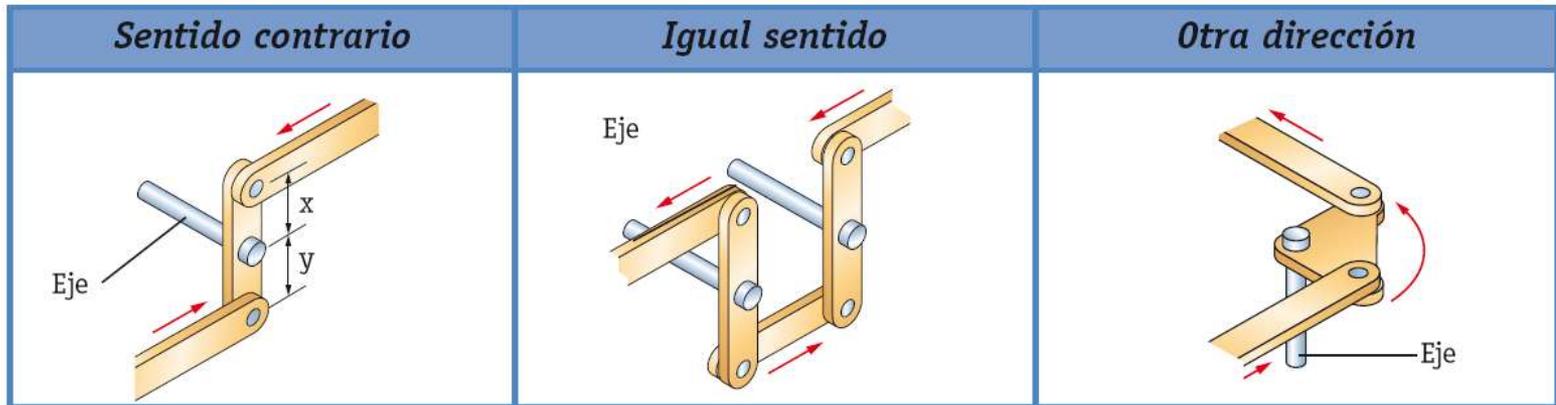
La fórmula que relaciona el par con la potencia es la siguiente:

$$P = \frac{W}{t} = F \frac{e}{t} = F v = F \omega R = F (2 \pi N) R \text{ donde: } F R = M = \text{par}$$

Normalmente,  $N$  se expresa en rpm, por lo que:  $P = M \omega = M \frac{2 \pi N}{60}$

Despejando el momento o par:  $M = \frac{60 P}{2 \pi N}$

# 12.9. Articulaciones

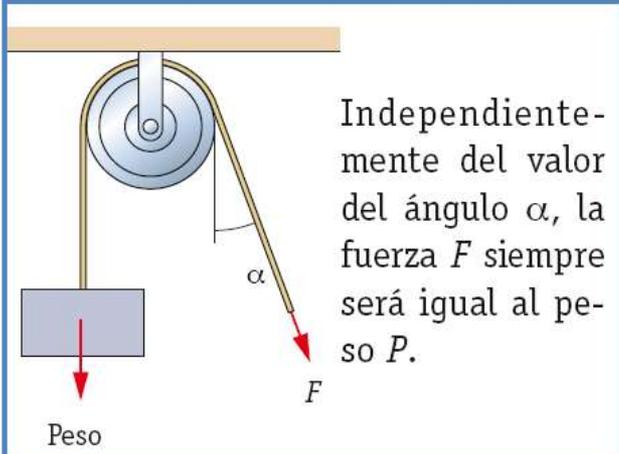
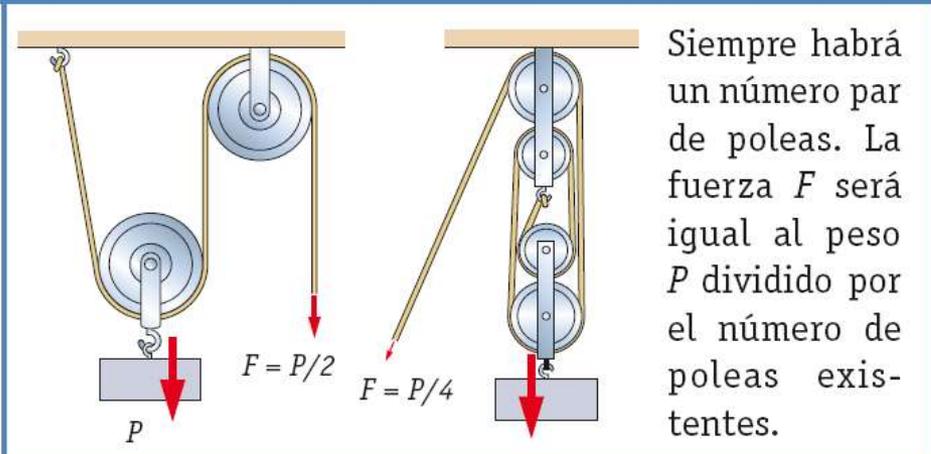


Articulaciones.



Aplicación de las articulaciones.

# 12.10. Elementos de cuerda o alambre

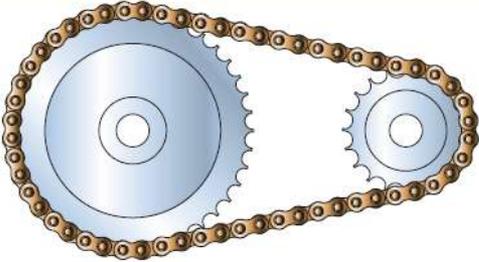
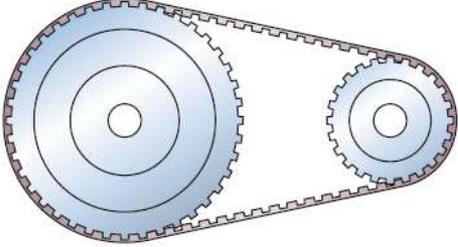
<i>Polea simple</i>	<i>Poleas compuestas</i>
 <p>Independientemente del valor del ángulo <math>\alpha</math>, la fuerza <math>F</math> siempre será igual al peso <math>P</math>.</p>	 <p>Siempre habrá un número par de poleas. La fuerza <math>F</math> será igual al peso <math>P</math> dividido por el número de poleas existentes.</p>

Poleas.



Polipasto de grúa.

# 12.11. Transmisores por cadena y por correa dentada

<i>Cadena</i>	<i>Correa dentada</i>
	
<p>Idónea para lugares polvorientos en los que se le exige una gran durabilidad a la transmisión.</p> <p>Tiene el inconveniente de ser un poco ruidosa. Ha de estar lubricada.</p>	<p>Es muy silenciosa y no necesita lubricación.</p> <p>Tiene el inconveniente de que se deteriora periódicamente, por lo que exige ser cambiada.</p>

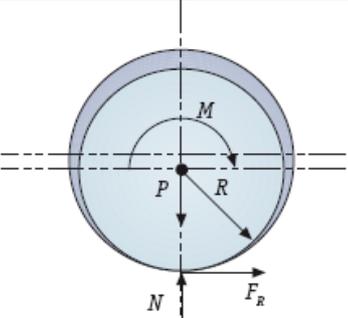
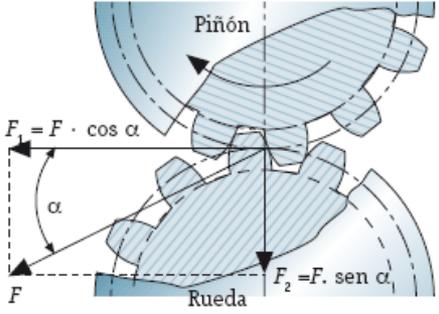


*Cadena de bicicleta.*



*Correa dentada de un escáner.*

# 12.12. Rendimiento de máquinas

Algunos factores de que depende el rendimiento		
Rozamiento	Diseño de los engranajes	Deslizamiento
 <p>Todo árbol transmisor de movimiento deberá estar apoyado en la estructura de la máquina mediante un cojinete o rodamiento.</p> <p>Cuando el árbol gira con un par o momento <math>M</math>, estará rozando sobre su base. Este rozamiento se manifiesta como un par de sentido contrario de valor: <math>M_R = F_R R</math></p> <p><math>F_R</math> = fuerza de rozamiento = <math>N \mu</math></p> <p>Par real transmitido (<math>M_R</math>) = <math>M - F_R R = M - N \mu R</math></p> <p>Potencia teórica (<math>P_t</math>) = <math>M 2 \pi N / 60</math></p> <p>Potencia real (<math>P_R</math>) = <math>M_R 2 \pi N / 60</math></p> <p>Por lo que el rendimiento será:</p> $\eta = \frac{\text{Potencia real } (P_R)}{\text{Potencia teórica } (P_t)} = \frac{M_R}{M} = 1 - \frac{N \mu R}{M}$	 <p>La forma que tienen los dientes de los engranajes rectos provoca que la fuerza que ejerce el piñón sobre la rueda no sea horizontal, sino formando un ángulo <math>\alpha = 20^\circ</math> (denominado <i>ángulo de presión</i>).</p> <p>Por tanto, la fuerza a transmitir no es <math>F</math>, sino: <math>F_1 = F \cos 20^\circ = F \cdot 0,94</math>, luego el rendimiento, por cada par de engranajes, es del 0,94 %.</p> <p>La fuerza <math>F</math> se descompone en <math>F_1</math> <math>F_2</math>. <math>F_2</math> provoca un esfuerzo de flexión al árbol que contiene a la rueda y pérdida de la potencia por rozamiento.</p>	<p>El deslizamiento se origina en las transmisiones de correa/polea o entre dos ruedas de fricción (de cualquier tipo que sean).</p> <p>Un deslizamiento provoca pérdidas de potencia y energía. Para evitarlo, se deben tensar las correas adecuadamente o presionar fuertemente las ruedas, tal y como se indica en el Apartado 12.5.</p>

Algunos factores de los que depende el rendimiento.

# TEMA 12

## PROBLEMAS Y EJERCICIOS

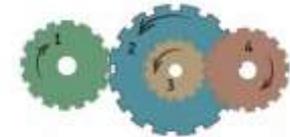
- 1.- ¿Cuáles son las consideradas “cinco máquinas simples”?
- 2.- ¿Qué se entiende por “motores primarios”? ¿Dónde los podemos encontrar?
- 3.- Indica si las siguientes máquinas constituyen motores primarios o secundarios:
  - a) Motor de combustión
  - b) Aerogenerador
  - c) Rueda hidráulica
  - d) Molino de viento
  - e) Motor de explosión
  - f) Máquina de vapor
- 4.- ¿En qué tres grupos o categorías se clasifican los elementos de máquinas?
- 5.- ¿De qué clase es cada uno de los siguientes elementos de máquinas?
  - a) Remache
  - b) Junta Cardán
  - c) Batería
  - d) Trinquete
  - e) Grapa
  - f) Engranaje
  - g) Bombilla
  - h) Cilindro
- 6.- La potencia útil de cierto motor eléctrico es de 3.680 W y su velocidad es de 157 rad/s. Calcula su par útil.  
**(Solución = 23,44 N.m.)**
- 7.- ¿Qué es una brida? ¿Para qué se emplea?
- 8.- ¿Qué es una junta cardán? ¿Y una junta homocinética?
- 9.- ¿Qué ventaja presenta la junta homocinética frente a la junta cardán?

10.- Un sistema de ruedas de fricción está compuesto por dos ruedas. La primera tiene un diámetro de 300 mm y la segunda de 60 cm. Calcula la velocidad a la que girará la segunda rueda si la primera gira a 650 rpm. ¿Qué relación hay entre los diámetros de las ruedas? ¿Qué relación hay entre las velocidades de giro de ambas ruedas? ¿El sistema es reductor o multiplicador?

**(Solución.-  $N_2 = 325$  rpm;  $i_D = 1/2$ ;  $i_N = 1/2$ ; Reductor)**

11.- El sistema de ruedas de fricción de la figura está compuesto por 4 ruedas de fricción. Si sabemos que el diámetro de la 1 ( $D_1$ ) es de 40 cm, el de la 2 ( $D_2$ ) es 120 cm, el de la 3 ( $D_3$ ) es 20 cm y el de la 4 ( $D_4$ ) es 30 cm y que la primera se mueve a 1.600 rpm, calcula la velocidad de la última,  $N_4$ .

**(Solución.-  $N_4 = 355,555$  rpm )**



12.- Dos ruedas de fricción interiores giran sin deslizamiento. Sabiendo que la relación de transmisión  $i = 1/3$  y que la distancia entre sus ejes es de 200 mm, determina el diámetro de ambas ruedas.

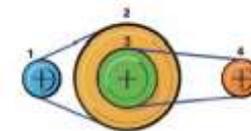
**(Solución.-  $D_M = 200$  mm;  $D_C = 600$  mm)**

13.- ¿Qué ángulo formarán dos ruedas de fricción troncocónicas cuya relación de transmisión sea  $1/3$ ?

**(Solución.-  $\beta = 18,43^\circ$ )**

14.- Sobre el sistema de poleas de la siguiente figura, calcular:

- Las relaciones de transmisión parciales y total del sistema.
- La velocidad de giro de cada polea y su sentido de giro.



**Datos:**  $D_1 = 10$  mm;  $D_2 = 60$  mm;  $D_3 = 30$  mm;  $D_4 = 20$  mm;  $N_1 = 1.000$  rpm (sentido horario)

**(Solución.- a)  $i_{parcial} = 1/6$  y  $3/2$ ,  $i_{total} = 1/4$  ; b)  $N_2 = N_3 = 166,66$  rpm ,  $N_4 = 250$  rpm, sentido horario)**

15.- La relación de transmisión entre una polea conductora de 160 mm de diámetro y otra polea conducida es de 0,25. Calcula el diámetro de ésta última polea. **(Solución = 640 mm)**

16.- La rueda conductora de un engranaje tiene 50 dientes y la rueda conducida 28. ¿Qué relación de transmisión tiene el sistema? ¿Es un sistema multiplicador o reductor? **(Solución = 1,78; Multiplicador)**

17.- La rueda conductora de un engranaje tiene un diámetro primitivo de 60 mm y gira a 1.600 rpm. Calcula la relación de transmisión y la velocidad de giro de la rueda conducida sabiendo que ésta tiene un diámetro primitivo de 40 mm. **(Solución = 1,5; 2.400 rpm)**

18.- Una rueda dentada de 160 mm de diámetro primitivo tiene un paso circular de 12,566 mm. Averigua su módulo y el número de dientes que posee. **(Solución.-  $m = 4 \text{ mm}$ ;  $Z = 40$ )**

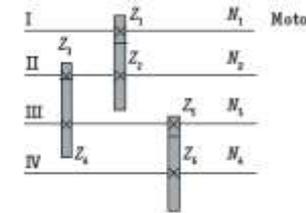
19.- Se tiene un eje de un motor con 12 dientes girando a 1.500 rpm y se quiere reducir su velocidad tres veces con otro engranaje. ¿Cuántos dientes deberá tener éste? **(Solución = 36)**

20.- ¿Puede un engranaje de 60 mm de diámetro primitivo y 30 dientes engranar con otro de 400 mm de diámetro primitivo y 32 dientes? **(Solución = No;  $2 \text{ mm} \rightarrow 12,5 \text{ mm}$ )**

21.- Se tiene un motor a cuyo eje está acoplado solidariamente un tornillo sinfín, y engranado a éste una rueda dentada de 40 dientes. Si el eje del motor gira a 1.600 rpm, calcular la velocidad de giro de la rueda dentada y el tiempo que tarda en dar una vuelta completa.  
**(Solución = 40 rpm; 1,5 seg)**

22.- Calcula la velocidad de giro de cada árbol si la del eje motor es de 1.500 rpm, y el número de dientes de los engranajes es:  $Z_1 = 20$ ;  $Z_2 = 50$ ;  $Z_3 = 10$ ;  $Z_4 = 60$ ;  $Z_5 = 15$  y  $Z_6 = 70$ .

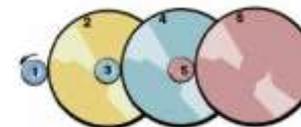
(Solución.-  $N_1 = 1.500$  rpm;  $N_2 = 600$  rpm;  $N_3 = 100$  rpm;  
 $N_4 = 21,428$  rpm)



23.- Calcula las relaciones de transmisión parciales y la relación de transmisión total de la cadena cinemática del ejercicio anterior (22). (Solución.-  $i_{I \rightarrow II} = 2/5$  ;  $i_{II \rightarrow III} = 1/6$  ;  $i_{III \rightarrow IV} = 3/14$  ;  $i_{total} = 1/70$ )

24.- En la cadena cinemática de la figura, calcular la velocidad de cada engranaje si el [1] gira a 38 rad/s y  $Z_1 = Z_3 = Z_5 = 20$  dientes,  $Z_2 = Z_4 = 80$  dientes y  $Z_6 = 70$  dientes.

(Solución.-  $N_1 = 362,873$  rpm;  $N_2 = N_3 = 90,718$  rpm;  
 $N_4 = N_5 = 22,679$  rpm;  $N_6 = 6,479$  rpm)



25.- Si se quiere levantar una carga de 180 kg con una polea fija, ¿qué fuerza deberá aplicarse? ¿Y con una polea móvil? (Solución.-  $F_{pol\ fija} = 1.764$  N;  $F_{pol\ móvil} = 882$  N)

26.- ¿Qué fuerza debemos aplicar como mínimo en un polipasto de 6 poleas móviles para elevar 60 kg? (Solución = 49 N)

27.- ¿Qué potencia deberá tener un motor del que queremos obtener un par de 600 N.m cuando gire a 950 rpm si se considera que el rendimiento del sistema es del 90 %?

(Solución = 73,09 CV)

28.- El motor de un vehículo proporciona un par de 100 N.m a 2.000 rpm. Si el sistema de transmisión a las cuatro ruedas tiene un rendimiento del 90 %, ¿de qué potencia se dispone en las ruedas del vehículo?

**(Solución = 25,64 CV)**

29.- Calcular todas las relaciones de transmisión que se pueden conseguir con una bicicleta de carreras que tiene dos platos de 54 y 58 dientes y cuatro piñones de 18, 22, 26 y 30 dientes, respectivamente.

30.- Una bicicleta de paseo tiene un plato con 60 dientes y un piñón de 20 dientes. Si el diámetro de las ruedas es de 80 cm y se dan 20 pedaladas por minuto, ¿cuánto se tardará en recorrer 2 km?

**(Solución = 13,26 minutos)**

31.- El eje de un motor gira a 1.500 rpm ¿a qué velocidad en rad/s gira? **(Solución = 157,08 rad/s)**

32.- Averigua el paso circular y el diámetro primitivo de una rueda dentada de módulo 2 y de 80 dientes.

**(Solución.-  $p = 6,28 \text{ mm}$ ;  $D_p = 160 \text{ mm}$ )**

33.- La distancia entre los ejes de dos ruedas de fricción exteriores es de 240 mm. Si el diámetro de la rueda conductora es de 320 mm, calcula el diámetro de la rueda conducida y la relación de transmisión.

**(Solución.-  $D_c = 160 \text{ mm}$ ;  $i = 2$ )**

34.- Hallar la fuerza que habrá que aplicar para levantar una masa de 50kg con:

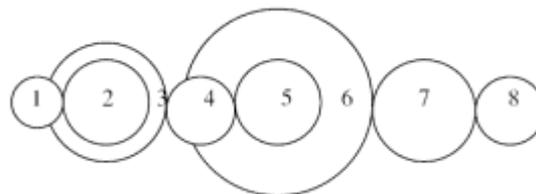
a) Una polea fija. **(Solución = 490 N)**

b) Una polea móvil. **(Solución = 245 N)**

c) Un polipasto potencial de cuatro poleas móviles. **(Solución = 61,25 N)**

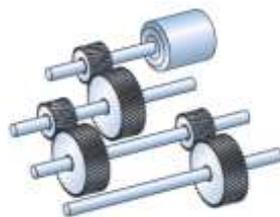
d) Un polipasto exponencial de cuatro poleas móviles. **(Solución = 30,625 N)**

35.- En el siguiente conjunto de ruedas de fricción, sus diámetros correspondientes son:  $D_1 = 20$  mm,  $D_2 = D_5 = 30$  mm,  $D_3 = 40$  mm,  $D_4 = D_8 = 25$  mm,  $D_6 = 70$  mm y  $D_7 = 35$  mm. Calcular la velocidad de la rueda de fricción 8 y la relación de transmisión total del sistema si la rueda 1 gira a 800 rpm en sentido horario.  
**(Solución;  $N_8 = 1.991,1$  rpm;  $i = 2,49$ )**

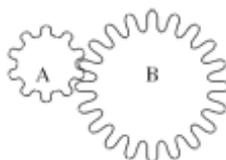


36.- Una rueda de fricción que tiene un diámetro de 150 mm y que gira a una velocidad de 1.450 rpm le transmite el movimiento a otra rueda de 50 mm de diámetro. Calcula la velocidad de la segunda rueda y la relación de transmisión del sistema. **(Solución.-  $N_c = 4.350$  rpm;  $i = 3$ )**

37.- Representa el esquema simbólico de la siguiente cadena cinemática:

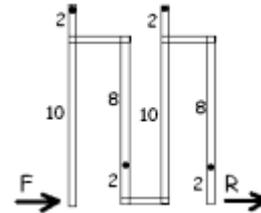


38.- ¿Qué número de dientes deberá tener el engranaje A si el B tiene 48 y el cociente entre sus velocidades es  $\frac{1}{4}$ ? **(Solución = 12 dientes)**



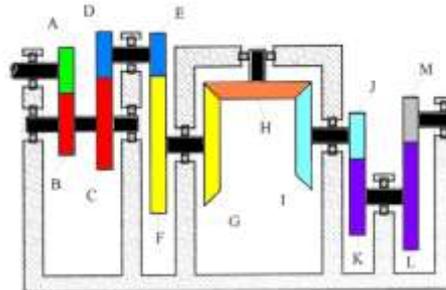
39.- ¿Qué fuerza habrá que aplicar en F para vencer una R de 1.500 N? Calcular la relación de transmisión del sistema. Dato: las medidas vienen dadas en cm.

(Solución.-  $F = 2,6 \text{ N}$ ;  $i = 576,9$ )



40.- En el siguiente tren de engranajes, calcula la velocidad de giro en el eje del engranaje M si la del eje motor A es de 2.250 rpm. ¿Cuál es su relación de transmisión?. Datos:  $Z_A= 20$ ,  $Z_B= 30$ ,  $Z_C= 40$ ,  $Z_D= 20$ ,  $Z_E=20$ ,  $Z_F= 70$ ,  $Z_G= 55$ ,  $Z_H= 35$ ,  $Z_I= 45$ ,  $Z_J= 25$ ,  $Z_K= 35$ ,  $Z_L= 40$ ,  $Z_M= 60$ .

(Solución.-  $N_M = 498,86 \text{ rpm}$ ;  $i = 0,2217$ )



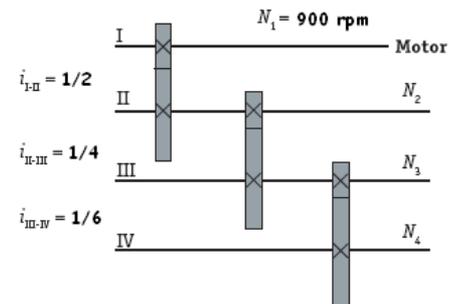
41.- ¿Cuántas vueltas tiene que dar un tornillo sin fin para que la rueda dentada de 36 dientes a la que está engranado de 4 vueltas completas? (Solución = 144 vueltas)

42.- ¿Qué fuerza se necesita para que no se produzca deslizamiento entre dos ruedas de fricción si la potencia a transmitir es de 1 CV, el radio de la rueda de 80 mm,  $N = 1.500 \text{ rpm}$  y el coeficiente de rozamiento  $\mu = 0,6$ . (Solución = 97,48 N)

43.- Dos ruedas de fricción interiores tienen una  $i = 1/3$ . La distancia entre sus centros es de 900 mm. Calcula los diámetros de las ruedas. **(Solución.-  $D_M = 900$  mm;  $D_C = 2.700$  mm)**

44.- Si tenemos una rueda dentada de 50 dientes cuyo diámetro primitivo mide 100 mm. Calcular su módulo, su paso circular y la longitud de la circunferencia primitiva. **(Solución.-  $m = 2$ ;  $p = 6,28$  mm; longitud = 314,16 mm)**

45.- Sobre la caja de velocidades de la figura, calcula la velocidad de cada árbol.  
**(Solución.-  $N_2 = 450$  rpm;  $N_3 = 112,5$  rpm;  $N_4 = 18,75$  rpm)**



46.- ¿Cuántas poleas móviles necesitaremos como mínimo si con una fuerza de 100 N pretendemos levantar una masa de 40 kg? **(Solución = 2)**